

CONCOURS EXTERNE

D'AGENT DE MAITRISE TERRITORIAL – SESSION 2019

Spécialité « bâtiment, travaux publics, voirie réseaux divers »

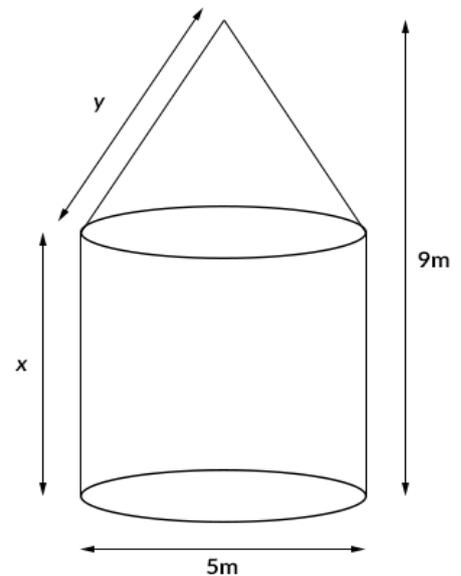
Jeudi 24 janvier 2019

PROBLÈMES D'APPLICATION SUR LE PROGRAMME DE MATHÉMATIQUES - CORRIGÉ

Problème 1 : 7 points

Un colombier est représenté sur le plan simplifié ci-contre (nous faisons abstraction des ouvertures). Il est composé d'une partie cylindrique (murs) et d'une partie conique (toit).

Sa hauteur totale est de 9 m, le diamètre de la base est de 5 m. x représente la hauteur de mur et y représente la longueur de chevron de la toiture.



1. Pour $x = 6$ m :

- a. Calculez en m^3 le volume total du colombier.
Vous arrondirez au $1/100^e$ de m^3 .

$$V_{\text{colombier}} = V_{\text{cylindre}} + V_{\text{cône}}$$

$$V_{\text{cylindre}} = \pi * 2,5 * 2,5 * 6 = 117,809625 \text{ m}^3$$

$$V_{\text{cône}} = \pi * 2,5 * 2,5 * (9 - 6) / 3 = 19,6349375 \text{ m}^3$$

$$V_{\text{colombier}} = 137,4445625 \text{ m}^3 = \mathbf{137,44 \text{ m}^3 \text{ au centième près}}$$

- b. Quelle est la longueur de chevron (y) au mm près ?

$$\text{Avec Pythagore : } y^2 = 2,5^2 + (9 - 6)^2 = 15,25$$

$$\text{donc } y = \sqrt{15,25} = 3,905124838 = \mathbf{3,905 \text{ m au millimètre près}}$$

2. Exprimez la longueur de chevron (y) en fonction de la hauteur de mur (x).

$$y^2 = 2,5^2 + (9 - x)^2$$

$$\mathbf{y = \sqrt{(2,5^2 + (9 - x)^2)}}$$

3. Pour quelle valeur de x a-t-on $x = y$?

Arrondir le résultat au centimètre près.

$$x = \sqrt{(2,5^2 + (9 - x)^2)}$$

$$x^2 = 2,5^2 + (9 - x)^2$$

$$x^2 = 6,25 + 81 + x^2 - 18x$$

$$18x = 87,25$$

$$x = 4,847222222 = \mathbf{4,85 \text{ m au centimètre près}}$$

4. Calculez en m^2 à l'unité près la surface de mur à enduire pour une hauteur de mur de 6 m.

$$\text{Surface de mur à enduire} = 2 * 2,5 * \pi * 6 = 94,2477 \text{ m}^2 = \mathbf{94 \text{ m}^2}$$

5. En déduire le volume en litres d'enduit à prévoir sur une épaisseur de 8 mm.

$$\text{Volume d'enduit} = 94 \text{ m}^2 * 0,008 \text{ m} = 0,752 \text{ m}^3 = \mathbf{752 \text{ litres}}$$

6. La masse volumique de l'enduit est de $1,85 \text{ t/m}^3$. Quelle va être la masse d'enduit (en tonnes) ?

$$\text{Masse d'enduit} = 1,85 * 752 \text{ l} = 1391,2 \text{ kg} = \mathbf{1,3912 \text{ t}}$$

Pour les calculs le nécessitant, vous prendrez $\pi = 3,14159$

Problème 2 : 3 points

Soit $A(x) = (1 + 3x)(2x + 4) - (2x + 4)^2$

1. Développer et réduire $A(x)$

$$A(x) = (1 + 3x)(2x + 4) - (2x + 4)^2 = 2x + 4 + 6x^2 + 12x - (4x^2 + 16x + 16)$$

$$A(x) = 2x^2 - 2x - 12$$

2. Factoriser $A(x)$

$$A(x) = (1 + 3x)(2x + 4) - (2x + 4)^2 = (2x + 4)[(1 + 3x) - (2x + 4)]$$

$$A(x) = (2x + 4)(x - 3)$$

3. Pour quelle valeur de x a-t-on $A(x) = 0$

$$A(x) = 0 \text{ si } 2x + 4 = 0 \text{ ou si } x - 3 = 0$$

$$A(x) = 0 \text{ si } x = -2 \text{ ou si } x = 3$$

Problème 3 : 5 points

Madame V avait l'habitude de faire le trajet de son domicile à son travail en 1 h 20 min en roulant à 90 km/h de moyenne. Depuis le 1^{er} juillet 2018, sa vitesse est descendue à 80 km/h sur 95 % de l'itinéraire qu'elle emprunte. Sur les 5 % restants sa vitesse est inchangée.

1. Combien de temps (à la seconde près) perd-elle sur ce trajet depuis le 1^{er} juillet ?

On cherche la distance d du trajet sachant qu'elle roulait à 90 km/h pendant 1 h 20 min.

$$\text{Donc } d = 90 \cdot 80 / 60 = 120 \text{ km}$$

95 % de cette distance d à 80 km/h c'est à dire $0,95 \cdot 120 \text{ km} = 114 \text{ km}$ à 80 km/h soit 85 min 30 s.

5 % de cette distance d à 90 km/h c'est à dire $0,05 \cdot 120 \text{ km} = 6 \text{ km}$ à 90 km/h soit 4 min.

Elle met au total maintenant 1 h 29 min 30 s au lieu de 1 h 20 min, **elle perd donc 9 min 30 s** à chaque trajet.

2. Sa consommation d'essence à 90 km/h est de 5,4 litres aux 100 km alors qu'à 80 km/h elle passe à 4,9 litres aux 100 km.

a. Quelle quantité d'essence consommait-elle sur un trajet avant le 1^{er} juillet ?

Avant le 1^{er} juillet elle faisait 120 km à 90 km/h donc en consommant 5,4 litres aux 100 km.

Sa consommation sur le trajet avant le 1^{er} juillet était : $5,4 \cdot 120 / 100 = 6,48 \text{ litres}$.

b. Quelle quantité d'essence consomme-t-elle sur un trajet depuis le 1^{er} juillet ?

Depuis le 1^{er} juillet elle fait 114 km à 80 km/h (en consommant 4,9 litres aux 100 km) et 6 km à 90 km/h (en consommant 5,4 litres aux 100 km).

Sa consommation sur le trajet depuis le 1^{er} juillet est : $4,9 \cdot 114 / 100 + 5,4 \cdot 6 / 100 = 5,91 \text{ litres}$.

c. Quelle pourcentage d'économie est-ce que cela représente ?

Arrondir le pourcentage au centième près.

Pourcentage d'économie = $(5,91 - 6,48) \cdot 100 / 6,48 = - 8,796... = - 8,80 \%$ au centième près.

Problème 4 : 3 points

Monsieur Gripsou place une somme S1 sur un premier compte à intérêts simples au taux de 5,5 % l'an et une somme S2 égale aux 4/3 de S1 sur un deuxième compte dont le taux annuel est de 4,5 %.

1. Calculez le montant de la somme S1 sachant que ce premier placement lui a rapporté 808,50 € au bout de 7 mois.

En 12 mois les intérêts seraient de $808,50 \text{ €} \times 12 / 7 = 1386 \text{ €}$ qui représente 5,5 % de S1.

Donc $S1 = 1386 / 5,5 \times 100 = 25200 \text{ €}$

2. Combien de mois a-t-il fallu attendre pour que le placement de S2 lui rapporte 1386 € d'intérêts ?

$S2 = 4/3 \times 25200 \text{ €} = 33600 \text{ €}$

Intérêts sur 12 mois : $4,5/100 \times 33600 \text{ €} = 1512 \text{ €}$

Nb de mois pour avoir 1386 € = $1386 \times 12 / 1512 = 11 \text{ mois}$

3. Quel est le taux d'intérêt annuel d'un compte qui lui aurait fait gagner les mêmes intérêts que ces 2 placements réunis en y plaçant S1 et S2 pendant 8 mois ? (arrondir ce pourcentage au dixième).

$S1 + S2 = 25200 + 33600 = 58800 \text{ €}$ placés pendant 8 mois doivent rapporter 2194,50 € (808,50 € + 1386 €).

Intérêts en 12 mois = $2194,50 \times 12 / 8 = 3291,75 \text{ €}$

On exprime 3291,75 € en pourcentage par rapport à 58800 €

Taux = $3291,75 / 58800 \times 100 = 5,598... = 5,6 \text{ \% au dixième près}$

Problème 5 : 2 points

Un prix a augmenté deux ans consécutivement d'un même pourcentage. Calculez ce pourcentage sachant qu'en 2 ans ce prix a augmenté globalement de 21 %.

Soient P le prix de départ et X le pourcentage du prix de départ que représente l'augmentation (ex : 1,2 pour une augmentation de 20 %)

On a donc au bout de 2 ans : $X \times (X \times P) = 1,21 P$

Donc $X^2 \times P = 1,21 P$

Donc $X^2 = 1,21$

Donc $X = 1,1$

L'augmentation chaque année est donc de 10 %